

PROBLEMA DO SISTEMA DO 3º GRAU

(Proposto na *Revista do Professor de Matemática*, número 71, 1º quadrimestre de 2010)

1

Determine todos os reais positivos x e y que satisfazem o sistema
$$\begin{cases} x^3 - 3xy^2 = -\frac{1}{2} \\ 3x^2y - y^3 = \frac{\sqrt{3}}{2} \end{cases}$$

Resolução :

Multiplicando-se a segunda equação por i e somando-a com a primeira, tem-se:

$$x^3 - 3xy^2 + i(3x^2y - y^3) = -\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \Rightarrow x^3 - 3xy^2 + 3ix^2y - iy^3 = (x + yi)^3 = \cos 120^\circ + i \sin 120^\circ \Rightarrow$$

$$\Rightarrow x + yi = \sqrt[3]{1} \left[\cos \left(\frac{120^\circ + 360^\circ k}{3} \right) + \operatorname{sen} \left(\frac{120^\circ + 360^\circ k}{3} \right) i \right] = \cos 40^\circ + i \sin 40^\circ \Rightarrow \begin{cases} x = \cos 40^\circ \\ y = \sin 40^\circ \end{cases}$$